JOHN CARTER BROWN
LIBRARY

Purchased from the
Trust Fund of
Lathrop Colgate Harper
LITT. D.

AO ILLUSTRISSIMO
SENHOR
DOUTOR DESEMBARG.
JOSE JOAQUIM
Nabuco de Araujo
CAVALLEYRO PROFESSO NA ORD. DE
CHRISTO
DIGNISSIMO MEMBRO
DO GOVERNO INTERINO
OUVID. GERAL, CORREG.
JUIS DAS JUSTIFICAÇÕES
De India, e Minna
Nesta Capitania
DE PERNAMBUCO
&c. &c. &c.
PARA PERPET. MONUMENT.
De Amor, e Respeito
OFF. E DED.
ESTAS

RPJCB

THESES MATHEMATICAS
QUE
EMPUBLICO EXAME
SENDO PRESIDENTE
JOSE DE GOES
Professor Regio de Filosofia na Congregação do Oratorio
DEFENDERÃO
LAURENTINO ANTONIO
E
IGNACIO JOSE
Alumnos da mesma Congregação

Por todo o dia 28 *do corrente mez.*

Antes de darmos principio ao Certame, resolver-se há este Problema: *E' coisa faz mais estimavel o estudo das Mathematicas, se a insigne clareza e ordẽ, que ellas dão as nossas ideas, e discursos; se a multidão immensa de Luzes e conhecimentos utilissimos, de que adornão o nosso espirito?*

Si quis ab omnibus Artibus segregare & numerandi, dimetiendi, & ponderandi peritiam, vile quoddam esse & quod unius cujusque restare

Plato in Philebo.

Quam maxime igitur præcipiendum est, ut qui præclarissimam hanc habitare & civitatem, nullo modo Geometriam spernant; nam, & quæ, præter ipsius propositum quodam modo esse videntur, haud exigua sunt: quinetiam scimus ad Disciplinas omnes facilius perdiscendas interesse omnino attigeritne Geometriam aliquis, an non.

Id. Plat. De Republic. lib. 7o

Geometriæ, & Arithmetices cognitioni studium adhibeto, mi Fili; neque enim solum vitam tuam gloriosam, & ad multa in rebus humanis utilem, verum etiam mentem acutiorem, & longe splendidiorem ad fructum eorum omnium, quæ in Artibus usui sunt, consequendum reddet.

Hippocrates ad Thessalum Filium.

THESES DE ARITHMETICA

I.

Da Numeração, e Operações fundamentaes da Arithmetica

Supposta a convenção, que tem estabelecido, que as unidades de qualquer algarismo sejão dez vezes maiores, q. as unidades do immediato para a parte direita, e dez vezes menores, q. as do immediato para a esquerda; em virtude della são os numeros susceptiveis de todas as operações da Arithmetica, das quaes são as primeiras, e base de todas as mais o Somar, e Diminuir; ag. commodamente se reduzem o Multiplicar, e Repartir. Quaes sejão as regras destas operações nos diremos, quando se nos pergunte: só advertimos, q. Mas tem tambem Lugar nos numeros acompanhados de Dezima, a respeito da qual daremos o methodo de abbreviar a sua Multiplicação, e Divisão até hua casa determinada.

II.

Das Operacoens sobre os numeros fraccionarios e Heterogeneos

Para Somar, e Diminuir quebrados, he preciso se reduzão primeiro a mesma denominação, multiplicando ambos os termos de cada hum quebrado pelo denominador, ou denominadores de todos os outros, quando sejão muitos, e depois se unem em hũa sóma ajuntando os numeradores, e dando a sóma o denominador cõmum: e se dõminuirão tirando hũ

de outro

de outro numerador deixando ao resto o mesmo cõmum denominador: a Multiplicação se reduz a multiplicar numeradores por numeradores, e denominadores por denominadores: a Divizão porem, mudando o numerador do divisor para denominador, e este para aquelle, se reduz a regra da Multiplicação. As vezes he necessario extrahir os inteiros q. entrão em huma expressão fraccionaria: outras reduzillos á forma de quebrados: reduzir hum quebrado a expressão mais simples, e para isso effeito achar lhe o maior divisor cõmum: reduzir hum quebrado á dizima: multiplicar, ou dividir inteiros por quebrados, e estes por aquelles, do q. tudo, e dos quebrados de quebrados, dos quebrados continuos, e periodicos, daremos se preciso for justas ideas: bem como tão bẽ exporemos o methodo, por que se opera a somma Diminuição, Multiplicação, e Divizão dos numeros heterogeneos.

III.

Da Formação das Potencias e extracção das Raizes.

Para formar hũa potencia multiplique-se o numero por si mesmo, tantas vezes, quantos forem os grãos da potencia, aq. o queremos elevar. Para extrahir porem a raiz de hũa potencia, qualquer que delle seja o objecto se em geral 1º q. o numero dado se distribua em classes de tantas lettras, quantos forem os grãos da potencia dada, excepta a ultima á esquerda, que poderá constar de menos, e a raiz terá tantas lettras, quantas forem as classes: 2º, que desta ultima classe se buscará a raiz exacta, ou proximamẽte menor, a qual será a primeira lettra da raiz: 3º q. esta raiz se eleve á potencia dada, e se diminua da mesma ultima classe á esquerda, e o resto se ajunte a primeira lettra da classe seguinte: 4º q. debaixo deste se assente por divisor a potencia da raiz achada do grão imediatamente inferior, multiplicada pelo numero q.

mostra

mostra o grão da potencia da questão. 5º q. fazendo-se a divisão, o quociente se ajunte a primeira letra da raiz, e toda a raiz achada se eleve novamente a potencia, aqual se tire da parte correspondente do numero dado, e assim por diante. Do q. temos dito se conclue qual seja o methodo, q. devemos seguir na extracção das raizes quadrada, e cubica assim dos numeros inteiros, como dos quebrados, e approximação das mesmas raizes.

IV.
Das Razoens, e Proporçoés.

Na razão Arithmetica, ou se ajunte, ou se tire a mesma quantidade, e na Geometrica, ou se multipliquem, ou diuidão pela mesma quantidade ambos, os seus termos, não mudão de valor as razoés. A propriedade fundamental das proporçoés he q. na Arithmetica a sõma dos extremos, he igual á dos meios: e na Geometrica o producto dos meios he igual ás dos extremos: e assim qualq.r mudança, ou transformação, q. se faça nos termos de qual quer proporção Arithmetica, ou Geometrica se nella se conserva a sua respectiva propriedade se conserva tão bem a proporção.

V.
Do Uso das Proporç.

Na regra de Tres directa cada termo principal cõ o seu relativo devem occupar juntamente os lugares dos antecedentes, ou de consequentes: e na inversa o lugar de meios, ou de extremos. Na regra de companhia faremos esta proporção: como a sõma dos numeros dados para o numero proposto; assim qual quer delle para a parte que lhe he proporcional. Para a regra de Falsa posição simples deve ser: como o resultado da Hypothese para o verdadeiro, que devia sahir assim a hypothese para o numero q. se busca. E na composta

como a differença

como a differença dos rezultados das duas hypotheses para a differença entre o rezultado da primeira, e o verdadeiro, que devia sahir; assim a differença das hypotheses, para a differença da primeira ao numero que se busca.

Finalmente para a Regra de liga directa acha-se o valor do misto multiplicando as unidades de cada especie pelo seu valor, e a soma dos productos divide-se pelo numero total das unidades do composto, e o quociente he o valor de cada unidade na inversa das partes, que se devem tomar estão na razão inversa das differenças entre o valor das ditas especies, e o preço proposto.

VI.

Das Progressões.

Qualquer termo de huã progressão Arithmetica he igual á somma do primeiro, e da razão tomada tantas vezes quantos são os termos precedentes: para introduzir porem entre dois numeros dados qualquer numero de meios Arithmeticos, sabidos os extremos, e numero dos termos diminua-se o extremo menor do maior, e se divida o resto pelo numero de todos os termos menos hum, e o quociente será a razão da progressão, que então se forma facilmente. Qualquer termo de huã progressão Geometrica se forma do primeiro multiplicado pela razão elevada a huma potencia, que tem por expoente o numero dos termos precedentes: para metter porem qualquer numero de meios proporcionaes entre dois numeros dados, divida-se o maior dos numeros dados pelo menor, e extrahindo do quociente a raiz do grao correspondente ao numero dos meios augmentado de huã unidade, esta raiz será a razão com a qual se formarão os termos pedidos.

VII.

VII.
Dos Logarithmos

Supponde que o Logarithmo de 1 seja 0, segue-se 1º que a sôma dos logarithmos de dois numeros he igual ao Logarithmo do seu producto: 2º que o logarithmo do quociente de huma divisão he igual ao logarithmo do dividendo menos o logarithmo do divisor: 3º que o logarithmo de qual qr potencia de hum numero, he igual ao logarithmo delle multiplicado pelo expoente da mesma potencia: 4º q. o logarithmo de qual quer raiz de hum numero he igual ao logarithmo delle dividido pelo expoente da mesma raiz: 5º que o logarithmo de huma fracção propria hé a differença dos logarithmos do numerador, e denominador precedido do signal —: 6º q. se á characteristica de hum logarithmo Se-juntar huã, duas, tres unidades &c. corresponderá a hum numero dez, cem, mil vezes &c. maior, e ao contrario.

VIII.
Do Uso das Tãboas Logarithmicas para os numeros, q. nellas serão achãdos.

Se o numero de que seguer o logarithmo he maior, que os das Tãboas, busca-se nellas o logarithmo, que corresponde as primeiras lettras delle, e juntamente a differença deste logarithmo ao immediatamente maior nas mesmas Tãboas; do producto desta pelo resto das lettras do numero proposto se cortarão outras tantas para a direita, quantas são as deste resto, as que ficarem se juntarão ao ditto logarithmo menor, e a sôma com a characteristica competente

competente será o logarithmo procurado. O logarithmo de hum numero seguido de Dizima busca-se como se fosse inteiro; e da characteristica se tirão tantas unidades quantas são as casas decimaes. O logarithmo de huã fracção decimal busca-se como se fosse numero inteiro, mas esse logarithmo se tira de tantas unidades, quantas são as casas decimaes, e o resto sedá o signal. —

IX.

Do Complemento Arithmetico

Por meio dos complementos se mudão as subtracções em addições, substituindo em lugar dos logarithmos subtractivos os seus complementos, e deixando na sóma de escrever tantas dezenas na characteristica, quantos forem os complementos.

THESES DE GEOMETRIA

I.

Das Linhas perpendiculares, obliquas, parallelas, e dos Angulos, e suas med.as

Se huã recta se inclina sobre outra, faz com ella angulo, cuja medida geralmente fallando, são os graos, ou partes de grão, q. comprehende entre os seus lados: donde vem que dois angulos formados por huma recta cahindo sobre outra valé ambos 180°: e são supplemento hum do outro; e se as linhas se cortaõ formaõ angulos verticalmente oppostos iguaes.
Da noçaõ da perpendicular se collige 1.º que quando huma linha he perpendicular sobre outra, tambem esta o he sobre aquella: 2.º que do mesmo ponto tomado em huma linha senaõ pode levantar mais q. huma unica perpendicular sobre ella: 3.º q. as linhas obliquas tanto menos o são, e por isso mais curtas, quanto mais se chegaõ á perpendicular: Como duas parallelas vaõ sempre igualmente distantes, segue-se, que cortadas por outra linha, os angulos alternos, ou externos, são iguaes: e os internos, ou externos para a mesma parte são supplemento hum do outro.

II.

Das Linhas rectas consideradas a respeito do circulo, dos Angulos considerados no mesmo circulo, e da igualdade dos Triangulos.

Da curvatura

Da curvatura uniforme do circulo concluimos, que a tangente não pode tocar a sua circumferencia em mais de hum ponto, e será perpendicular ao raio que toca o mesmo ponto. A perpendicular levantada do meio da corda passa sempre pelo centro do circulo, e pelo meio do arco que ella sustenta. O Angulo que tem o vertice na circumferencia, e he formado por duas cordas, ou por huã corda, e huma tangente, tem por medida metade do arco comprehendido entre os seus lados: se tem o vertice entre o centro, e a circumferencia, metade do arco comprehendido entre os seus lados, mais metade do arco comprehendido entre o prolongo delles: se tem o vertice fora da circumferencia metade do arco concavo, menos metade do convexo. Em todos os Triangulos sempre o maior lado será opposto ao maior angulo, e o menor ao menor, e reciprocamente. Dois Triangulos então são iguaes quando 1.º tem hum angulo igual comprehendido por dois lados iguaes: 2.º quando tem hum lado igual adjacente a dois angulos iguaes: 3.º quando tem os tres lados iguaes cada hum ao seu.

III.

Dos Polygonos, e linhas proporcionaes.

Para se ter a sôma de todos os angulos internos de qualq.r Polygono tomem-se tantas vezes 180º quantos são os seus lados menos dois: a somma porem dos angulos externos feitos pela continuação de todos os lados de hum polygono, que não tem angulos reintrantes será igual a 360º qualquer q. seja o numero dos seus lados. A linha, q. divide em duas partes iguaes o angulo de hum triangulo, corta o lado opposto em duas partes proporcionaes aos lados correspondentes. Se dois Triangulos tem angulos iguaes, tem os lados homologos proporcionaes

proporcionaes. Duas cordas, que se cortão no circulo em qualquer ponto, cortão-se em razaõ reciproca: e duas secantes, que partindo do mesmo ponto fora do circulo, se terminaõ na parte concava da circunferencia, ficaõ reciprocamente proporcionaes ás suas partes exteriores: e se huma dellas for tangente, esta será meia proporcional entre a secante, e a sua parte exterior. Finalmente os contornos de duas figuras similhantes saõ entre si como os seus lados homologos.

IV.
Das Superficies.

Qualquer Triangulo rectilineo sempre he metade de hum Parallelogramo da mesma baze, e altura: e se para termos a superficie deste, he precizo multiplicar a sua baze pela altura, para termos a daquelle, basta tomar a metade deste producto: porem para a superficie do circulo se multiplica a circunferencia por metade do raio, e para a do sector o arco que lhe serve de baze pela mesma metade do raio; e para a do segmento se diminue a do triangulo da do sector.

V.
Da Comparaçaõ das Superficies.

Os Triangulos da mesma baze estaõ entre si como as suas alturas: e os da mesma altura como as bazes: se saõ similhantes estaõ entre si como os quadrados dos seus lados homologos: da mesma sorte os Parallelogramos. Os circulos estaõ entre si como os quadrados dos seus raios, ou diametros.

diametros. Mais no Triangulo rectangulo o quadrado da Hypothenuza hé igual a somma dos quadrados dos outros dois lados. Finalmente os quadrados das cordas tiradas dos extremos de hum diametro são entre si como as partes q. sobre o diametro cortão as perpendiculares abaixadas dos extremos das mesmas cordas.

VI.
Dos Planos.

Duas linhas que se cortão estão no mesmo plano. O encontro, ou intersecção de dois planos hé huma recta. Para que huma recta seja perpendicular a hum plano, basta que ella seja perpendicular a duas linhas, que se encontrem no seu pé neste plano: e sedois planos são perpendiculares a hum terceiro a sua commum secção lhe será tão bem perpendicular. Os angulos planos são na sua medida, e propriedades o mesmo com os rectilineos.

VII.
Dos Solidos Similhantes, e medida das suas superficies.

As diagonaes, que prendem os angulos solidos homologos, são entre si como as arestas homologas destes solidos: e se de dois angulos homologos se abaixão perpendiculares sobre duas faces homologas, estas perpendiculares serão entre si na mesma razão de quaes quer arestas

a restas homologas. Aqui diremos quando sejamos perguntados, qual seja a medida da superficie dos Prismas, e Cylindros, das Piramides, e da Piramide conica obliqua, recta, ou truncada, e finalmente da Esfera: dizemos porem em geral, q. as superficies dos solidos semilhantes são entre si como os quadrados das suas linhas homologas.

VIII.

Da Solidez, e sua medida, e da razão dos Solidos.

Dois Prismas, ou dois Cylindros, ou hum Prisma, e hum Cylindro da mesma base, e altura, tem igual solidez, quaes q.r q. alias sejão as figuras das suas bases. Aqui daremos, sendo necessario for, assim a medida da solidez destes corpos, como tão bẽ da Esfera, seus sectores, e segmentos, da qual veremos q. dois Prismas, ou cylindros, ou hum Prisma, e hum cylindro são entre si como os productos das suas bazes pelas alturas; e q. os solidos das Esferas tem entre si a razão dos cubos dos seus raios, ou diametros. Em fim fallando geralmente, a solidez de hũ corpo semilhante he para a de qual quer outro, como o cubo das suas linhas homologas.

IX.

Da Trigonometria Plana.

Supostas as noções dos senos, cosenos &c he necessario para a resolução de qualquer Triangulo o conhecimento de tres das seis partes q. o compoem entrando nestas hum lado. Os triangulos rectangulos, em qualquer circunstancia q. estejão sempre se resolvem

ve rezolvem por meio de huã das analogias seguintes 1ª O raio das taboadas he para o seno de hum dos angulos agudos, como a hypothenuza para o lado opposto a este angulo agudo: 2ª o raio das taboadas he para a tangente de hum dos angulos agudos, como o lado do angulo recto adjacente a este angulo agudo he para o lado q. lhe he opposto. Para os triangulos obliquangulos, segundo as circumstancias em q. se acharem, assim faremos uzo de huã das analogias seguintes 1.ª Em todo o triangulo rectilineo o seno de hum angulo he para o lado opposto a este angulo, como o seno de qualq. outro angulo do mesmo triangulo he para o lado q. lhe he opposto: 2ª. se de hum dos angulos de qualquer triangulo rectilineo se abaixa huã perpendicular sobre o lado opposto haverá sempre esta proporçaõ: o lado sobre o qual, ou sobre o prolongo do qual cahe a perpendicular he para a sõma dos outros dois lados como a differença destes mesmos lados, he para a differença dos segmentos, ou para a sua sõma conforme a perpendicular cahe dentro, ou fora do triangulo: 3ª Em todo o triangulo a sõma de dois lados he para a sua differença como a tangente da semi-sõma dos dois angulos opostos a estes lados he para a tangente da semidifferença.

THESES DE ALGEBRA

I.

Das Operaçoẽs fundametaes d'Algebra e Equaçoẽs do primeiro grao

Sobre as quantidades Algebricas se fázem as mesmas operaçoens q. sobre os numeros: ellas se somaõ, diminuem, multiplicaõ, e dividem, ou como quantidades inteiras, ou fraccionarias, ou mistas de inteiros, e fracçoẽs: nos perguntados diremos as regras, pelas quaes se executaõ todas. Sam por hum Problema em equaçaõ devé reprezentar-se por huma lettra cada huma das quantidades, q. se buscaõ; e examinando o estado da questaõ por meio dos signaes algebricos fáçaõ-se sobre as quantidades dadas, e as incognitas as mesmas operaçoẽs, e raciocinios, q. se fariaõ para verificar as incognitas no caso de serem conhecidas, formando tantas equaçoẽs, quantas exigirem as condiçoens da questaõ; e em cada huma dellas tomaremos o valor de huma mesma incognita, e igualando hum delles a cada hum dos outros, teremos de menos huã equaçaõ, e huma incognita eliminada, e continuando-se a mesma operaçaõ, chegaremos a eliminar todas as incognitas menos huma, cujo valor competentemente substituido dará a resoluçaõ do Problema. Omesmo se pode conceguir muitas vezes somando, ou diminuindo as equaçoens: e então será o Problema determinado; sendo caracter do indeterminado naõ se poderé eliminar as incognitas, q. elle inclue, so pellas condiçoens dadas, ficando ao arbitrio do Analysta avaliar algumas. A impossibilidade de hum Problema se conhece por algum resultado absurdo, á que conduz.

II.

III.

Das Equaçoens do segundo gráo.

Para se rezolverem as equaçoẽs do segundo gráo devemos fazer passar a incognita para hum membro, deixando no outro todas as quantidades conhecidas, e fazendo o quadrado da incognita positivo, passaremos á extracçaõ da raiz quando a incognita só entre na equaçaõ com o quadrado; mais se alem deste se achar a mesma incognita affecta de algum multiplicador, feita a transposiçaõ q. dissemos igualase a incognita á metade do seu multiplicador tomado com signal contrario mais, ou menos á raiz quadrada da mesma metade levada ao quadrado, e da quantidade conhecida, que constitue o segundo membro. Deste modo toda a equaçaõ do segundo gráo tem duas soluçoẽs, posto que a raiz affecta do signal negativo só resolva o Problema em sentido contrario. A impossibilidade do Problema do segundo gráo consiste em conduzirnos á extracçaõ da raiz quadrada de huma quantidade negativa

III.

Do Calculo dos Radicaes.

Acontece as vezes ser mais conveniente, q. em lugar de se extrahir qualquer raiz, esta se indique por meio do signal V, ou de hum expoente fraccionario: então estas quantidades ficaõ faceis

faceis de ser calculadas, fazendo-se a sua addição, ou subtracção por meio dos signaes + e −, quando não sejão similhantes; por que se os não reduzem-se pello methodo ordinario. Quando os radicaes são do mesmo grão, ou se o não são, reduzidos a elle, faz-se a sua multiplicação sem attender ao signal, e depois cõ elle se affecta o producto: o mesmo se faz na divisão, dando ao quociente o signal V. Estas mesmas quantidades se elevão tão bem a qualquer potencia, e se lhes tirão as raizes

IV.

Da Formação das Potencias, e extracção das suas raizes

O methodo mais breve, e mais geral de elevar hum binômio a qualq. potencia consiste em tomar para primeiro termo da potencia o primeiro do binomio elevado ao grão da mesma potencia: para segundo esse mesmo descido de hũ grão, e multiplicado pelo segundo termo do binomio, e assim successivamente diminuindo em cada termo seguinte da potencia hũa unidade ao grão do primr. termo do binomio, e accrescentando-a ao grão do segundo, até o ultimo termo da potencia, onde já não entra o primr. do binomio, e o segundo tem o expoente da potencia. O coefficiente porem de qualq. termo da potencia de hũ binomio he igual ao coefficiente do precedente multiplicado pelo expoente do primr. letra do binomio no mesmo termo precedente e dividido pelo n dos termos q. o precedem. Quanto em fim aos signaes, nas potencias pares sempre são positivos, e nas impares são os mesmos q. os do segundo termo do binomio. Aqui daremos a formula de Newton, applicavel não só ao binomio, mas ainda a qualq. Polynomio, e a qualq. potencia, ou o seu expoente seja positivo, ou negativo, inteiro, ou fracionario, e q. serve tão bem para a extracção das raizes das potencias perfeitas, ou imperfeitas.

V.

V.

Da Composiçaõ das Equaçoens

Toda a equaçaõ tem tantas raizes, quantas saõ as unidades do mais alto expoente da incognita. O coefficiente do segundo termo tomado com signal contrario he igual á soma das raizes, e o do ultimo he igual ao producto de todas ellas: logo toda a equaçaõ, emq̃ faltar o segundo termo, terá raizes positivas, e negativas, e a soma de humas igual á de outras e reciprocamente, e se algũas zaizes forem 0, faltaraõ outros tantos termos ultimos. Para fazermos porem desapparecer o segundo termo de huã equaçaõ, quando seja necessario, substituiremos em lugar da incognita outra augmentada cõ o coefficiente do segundo termo, tomado com o signal contrario, e dividido pelo expoente do primeiro. Se todas as raizes forem negativas, seraõ positivos todos os termos da equaçaõ; e alternadamente positivos, e negativos, se as raizes forem todas positivas: sendo, quando todas saõ reaes, tantas as positivas, quantas saõ as mudanças dos signaes na equaçaõ, e as negativas iguaes em numero as repeticoes successivas dos mesmos signaes. Qualq.r emfim das raizes achadas divide a equaçaõ exactamente.

VI.

Da Resoluçaõ das Equaçoens compostas

Para resolver qualquer equaçaõ composta ordenada, isto he para achar as suas raizes, consideralla-hemos como o resultado de duas equaçoes á duas incognitas, e eliminado huã destas virá huã equaçaõ á outra incognita do graõ da proposta

da proposta que comparada termo por termo com ella, sem muito trabalho a resolverá. Fazendo applicação ao terceiro gráo: se nos propuzessemos resolver esta equação geral Am segundo termo: $x^3 + px + q = 0$, nos afariamos resultar destas $y^2 - 1 = 0$ e $ay^2 + by + x = 0$, das quaes eliminando y, teriamos huã equação em x do terceiro gráo, q comparada com a proposta nos daria o valor de a, e b, os quaes substituidos na segunda hypothetica, e juntamente o valor de y tomado na primeira, darião as tres raizes da equação.

Este methodo tem o inconveniente de cahir muitas vezes no caso irreduzivel, e em raizes de formulas imaginarias: porem sempre huma das suas raizes he real. Semilhantemente se obrará no quarto gráo, oqual como fica reduzido ao terceiro cahe nos mesmos inconvenientes, não tendo as suas raizes forma real, senão no caso unico de duas serem reaes.

VII

Dos divisores cõmensuraveis das Equaçoens

Pode tão bem fazer-se applicação do methodo precedente ao quinto e mais gráos, mas como elle tem o inconveniente de elevar as equações reduzidas á gráos mais altos, se lhe prefere o methodo dos divisores cõmensuraveis. Consiste este em substituir na equação cada hum dos divisores do ultimo termo, e aquelle q. a reduzir á 0, sera a raiz da equação. Para sabermos se hum divisor he admissivel sem tentar tas m. operaçoens, divida-se o ultimo termo por elle, tire-se o quociente do coefficiente do termo immediato, divida-se o resto pelo mesmo divisor; o quociente tire-se do coefficiente immediato, o resto divida-se igualmente pelo mesmo divisor, e assim se continue ate o segundo termo da equação, que deve dar por quociente a unidade, o que fara conhecer q. o divisor he admissivel, sendo signal da sua inutilidade a falta de huã só destas condiçoens. Se nenhum dos divisores reduzir a e-

quação

a equação ao, substituiremos pela incognita muitos numeros positivos, ou negativos, até chegarmos a dois resultados de signaes contrarios, e como a raiz esta entre os dois numeros q. os derem, tornaremos a substituir a sua semissoma, e quando ainda não fique resolvida a equação, faremos o mesmo até termos huã raiz approximada de huã decima, a qual substituiremos na equação com mais huã incognita, a quem depois da operação daremos o seu valor, e este junto ao primeiro, e substituido com outra incognita servirá para continuarmos o calculo, quando queiramos maior approximação.

VIII

Da Applicação d'Algebra á Geometria.

Sobre as linhas, superficies, e solidos se fazem as mesmas operações, que sobre as quantidades algebricas: os resultados das equações se avalião em linhas buscando huã meia, terceira, ou quarta proporcional, ou construindo huã Parallelogrãmo, quadrado, ou parallelipipedo, segundo o excesso do numerador sobre o denominador for de huma, duas, ou tres dimensões. Para por os Problemas da Geometria em equação serve a mesma regra, q. temos dado para os d'Algebra, mas os raciocinios, q. se fazem para deduzir a equação, dependẽ do conhecimento de algũas propriedades da quantidade desconhecida: a escolha q. deve haver destas propriedades depende do engenho do Analysta não se podendo dar regras geraes para ella, algũas reflexoens sim se podem fazer, como as faremos se necessario for: por ora basta dizer, que huã equação, ou o seu resultado serve muitas vezes para resolver diversos casos do Problema mudando o signal á linha, q. mudou de posição.

IX.

Das Seccoens
Conicas

Para que se possão descrever as curvas de q. trata a Geometria, hé necessario conhecer a lei a que estão sujeitos os pontos do seu perimetro: esta Lei póde ser dada por huã equaçaõ, que mostre as propriedades destas linhas. A propriedade, q̃ subministra a equaçaõ da Ellipse he, q. a sóma dos raios vectores he sempre igual a o maior eixo: e tomando na sua equaçaõ o valor da ordenada este serve para descrevella dandose muitos valores as abscissas. O parametro da Ellipse he huã terceira proporcional aos dois eixos: o semieixo menor meio proporcional entre as distancias de hũ mesmo foco a os vertices: os quadrados das ordenadas saõ entre si, como os productos das suas abscissas correspondentes, de qualquer eixo, ou diametro, q̃. ellas sejaõ ordenadas. Todos os parallelográmos formados pellas tangentes nas extremidades dos diametros conjugados, saõ iguaes entre si, e ao rectangulo formado pelos Eixos: a sóma dos quadrados de dois quaesquer diametros conjugados he igual á sóma dos quadrados dos eixos: As expressoens das Tangentes, subtangentes, Normaes, e subnormaes se deduzem taõ bem por equaçoẽs. Na Hyperbola a differença de duas quaysquer linhas tiradas de ambos os focos á hum ponto do seu perimetro, he constantemente a mesma, e igual ao eixo principal: esta propriedade subministra a equaçaõ da Hyperbola. A maneira da Ellipse na Hyperbola os quadrados das ordenadas saõ entre si, como o producto das abscissas; e o parametro huã terceira proporcional ao primeiro, e segundo eixo.

Por

Por mais q̃ se imaginem continuados os ramos desta curva, a sua tangente encontrará o eixo principal entre a distancia do vertice ao centro: por isso as Asymptotas não encontrão a curva, nem em huã distancia infinita. O Parallelogrãmo construido sobre os diametros hé igual ao rectangulo dos eixos: a differença dos quadrados de dois diametros he constante, e igual a differença dos quadrados dos dois eixos. Se tirarmos huma ordenada á Asymptota, e parallela ao segundo eixo, o rectangulo desta ordenada pello seu prolongo até encontrar a outra Asymptota he igual ao quadrado do segundo eixo: ~~o rectangulo desta ordenada pello seu prolongo até encontrar a outra Asymptota he igual ao quadrado do segundo eixo~~: as partes de qualquer linha, comprehendidas entre as Asymptotas, e a curva de huã, e outra parte são iguaes: p.r isto a tangente sempre he dividida igualmente no ponto do contacto. A propriedade fundamental da Parabola hé, q. a distancia do foco a qualq.r ponto do seu perimetro he igual a distancia deste ponto a directriz. Os quadrados das ordenadas na Parabola são entre si como as suas abscissas. A subtangẽte he dupla da abscissa: a subnormal a mesma em todos os pontos, e igual á metade do parametro. O Parametro do eixo da Parabola he quadruplo da distancia do seu vertice ao foco: na Hyperbola he maior: e na Ellipse menor.

Codex
Port.
17